NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS B HÖSTEN 1998

Tidsbunden del

Anvisningar

Provperiod	8 december – 17 december 1998.
Provtid	180 minuter utan rast.
Hjälpmedel	Miniräknare och formelsamling. Formelblad bifogas provet.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn, komvux/gymnasieprogram och födelsedatum på de papper du lämnar in.
Provet	Provet består av 15 uppgifter. De flesta uppgifterna är av *långsvarstyp* där det inte räcker med bara ett kort svar utan där det krävs • att du skriver ned vad du gör • att du förklarar dina tankegångar • att du ritar figurer vid behov • att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras*) behöver bara svaret anges. Pröva på alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning.
Betygsgränser	Ansvarig lärare meddelar de gränser som gäller för betygen ”Godkänd” och ”Väl Godkänd”. Provet ger maximalt 40 poäng.

1. Lös ekvationen $x^2 - 4x - 5 = 0$ (2p)

2. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} x + y = 23 \\ 3x + 6y = 96 \end{cases}$ (2p)

3. För en andragradsfunktion gäller att

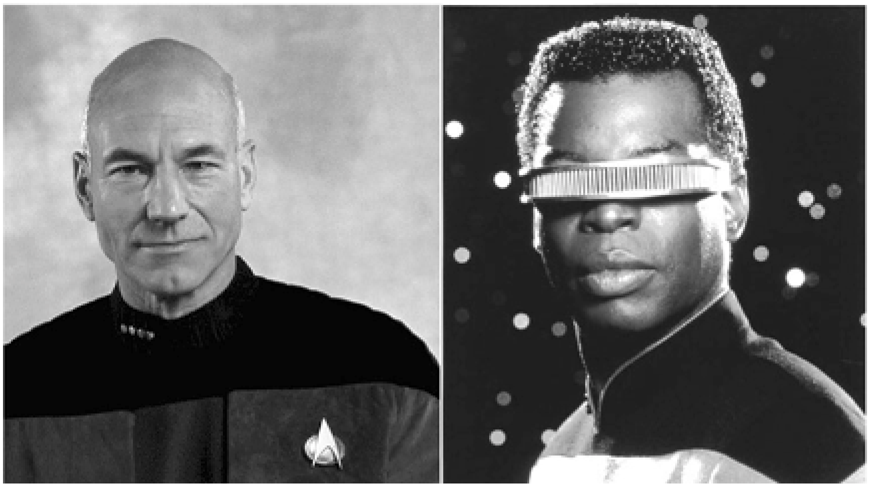
- funktionens graf skär x-axeln för $x = -2$ och $x = 4$
- x^2-termen är negativ

a) Rita ett koordinatsystem och markera de punkter där grafen skär x-axeln.
Endast svar fordras (1p)

b) För vilket x-värde har funktionen sitt största eller minsta värde?
Endast svar fordras (1p)

c) Skissa i koordinatsystemet hur funktionens graf kan se ut.
Endast svar fordras (1p)

4. I science-fictionserien *Star Trek The Next Generation* blir kapten Picard och chefsingenjör La Forge instängda i ett rum med radioaktiv strålning. När La Forge avläser sitt mätinstrument har de redan fått stråldosen 93 rad. Stråldosen ökar med 4 rad/minut. Stråldosen 350 rad är dödlig.



a) Ställ upp ett uttryck som beskriver stråldosen y rad som funktion av tiden x minuter. Tiden räknas från den tidpunkt La Forge avläser sitt mätinstrument. *Endast svar fordras* (1p)

b) Hur lång tid har de båda hjältarna på sig att komma ut ur rummet? (2p)

5. Lös ekvationen $(n-3)^2 = 2n+9$ (2p)

6. Punkten (2, 3) ligger på en rät linje med riktningskoefficienten k = 4.

Bestäm koordinaterna för en annan punkt på linjen. (2p)

7. Ulla åker bil till skolan varje morgon. På vägen dit passerar hon två trafikljus som hon tycker alltid visar rött.

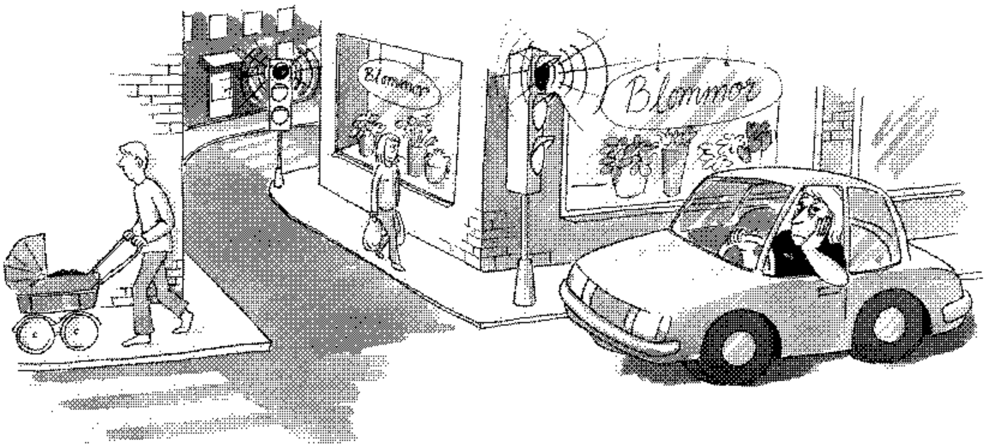
Det första trafikljuset visar rött ljus i 68 sekunder och någonting annat än rött ljus i 34 sekunder.

Det andra trafikljuset visar rött ljus i 78 sekunder och någonting annat än rött ljus i 32 sekunder.

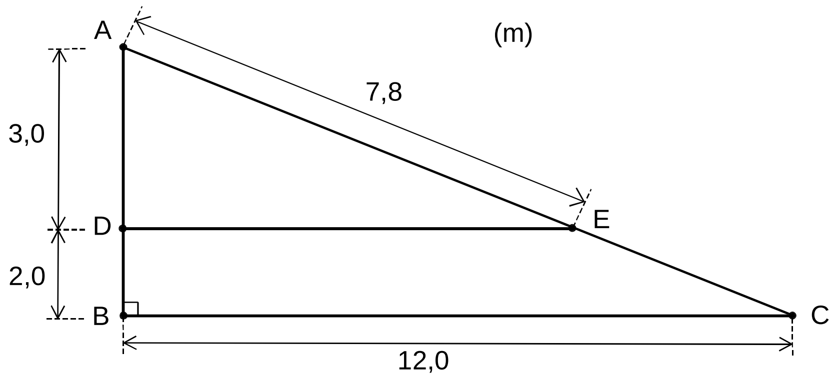
Trafikljusen slår om helt oberoende av varandra.

a) Hur stor är sannolikheten att hon får rött ljus vid det första trafikljuset? (1p)

b) Hur stor är sannolikheten att hon får rött ljus vid båda trafikljusen? (2p)



8. I triangeln ABC nedan är sidan DE parallell med sidan BC.



Beräkna längden av sträckan EC **på två olika sätt.** (3p)

9. Din klasskompis har löst olikheten $3x + 2 > 6x - 4$ (se nedan).
Han har fått veta att han inte har gjort rätt, men kan inte hitta felet i sin lösning.

$3x + 2 > 6x - 4$

$3x - 6x > -2 - 4$

$-3x > -6$

$3x > 6$

$x > 2$

Hjälp honom genom att ange var han har gjort fel och beskriv hur han kan rätta till felet. (2p)

10. Vid ishockeymatcher i Globen i Stockholm kan de som vill köpa ett matchprogram för 25 kr. I slutet av matchen lottas det ut vinster där matchprogrammet fungerar som en lott.

Vid en match mellan Djurgården och Brynäs lottas det ut tre Helsingforskryssningar.

Beräkna sannolikheten att du vinner en av dessa kryssningar om du köper ett matchprogram.
Du får själv hitta på den information du behöver för att kunna utföra dina beräkningar. (2p)

11. Åsa och Torbjörn arbetar på en sommarkoloni. Barnen på kolonin serveras mellanmjölk (fetthalt 1,5 %) till måltiderna. En dag får de en felaktig leverans som bara innehåller lättmjölk (fetthalt 0,5 %) och standardmjölk (fetthalt 3 %). De beslutar sig därför att blanda dessa båda sorter. Åsa skriver följande på en lapp:

> *a* liter lättmjölk och *b* liter standardmjölk
>
> $a + b = 10$ (1)
> $0{,}005a + 0{,}03b = 0{,}015 \cdot 10$ (2)

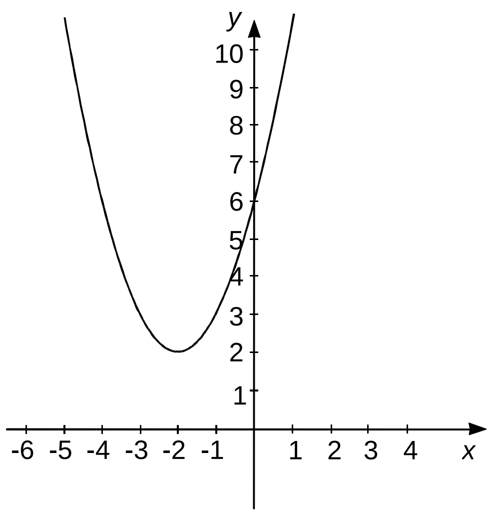
a) Förklara vad ekvation (1) beskriver. (1p)

b) Förklara vad ekvation (2) beskriver. (1p)

c) Hur mycket mjölk av varje sort ska de blanda? (2p)

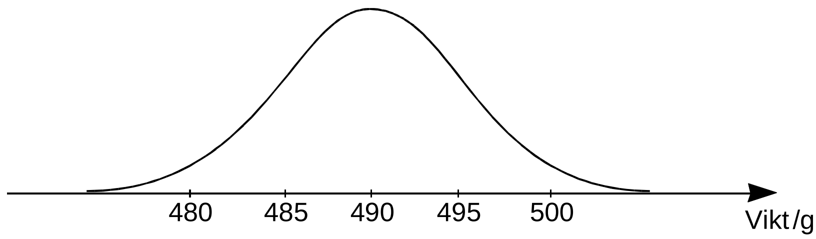
12. Du ska lösa ekvationen
$x^2 + 4x + 6 = 0$

Du väljer att göra en grafisk lösning och ritar upp grafen till funktionen $y = x^2 + 4x + 6$ som visas i figuren.



Vilken information ger grafen om lösningen till ekvationen $x^2 + 4x + 6 = 0$?
Hur kan du se det i diagrammet? (2p)

13. Enligt innehållsförteckningen innehåller en burk Misse kattmat 500 g. En undersökning visar att vikten är normalfördelad kring medelvärdet 490 g och att standardavvikelsen är 5 g enligt diagrammet nedan.

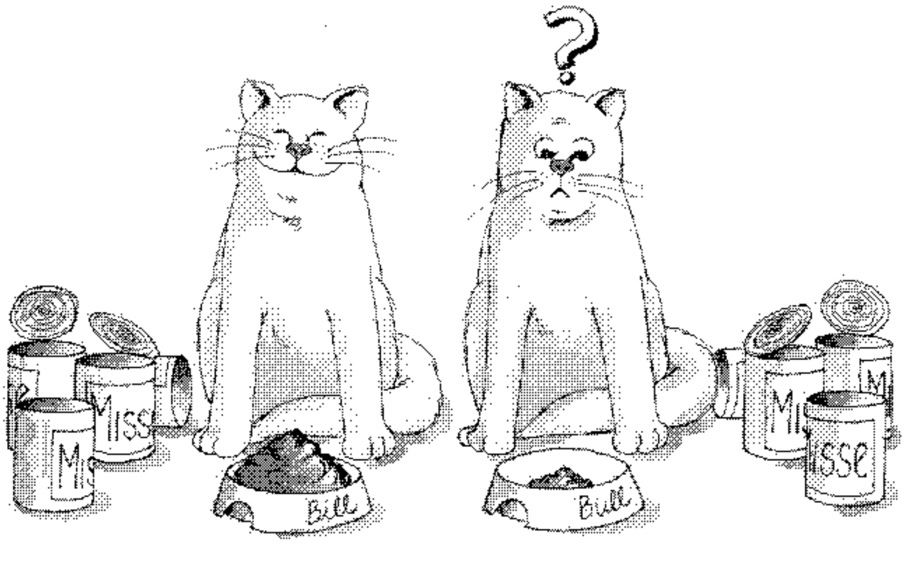


a) Ett varuhus köper in 3 000 burkar Misse kattmat.

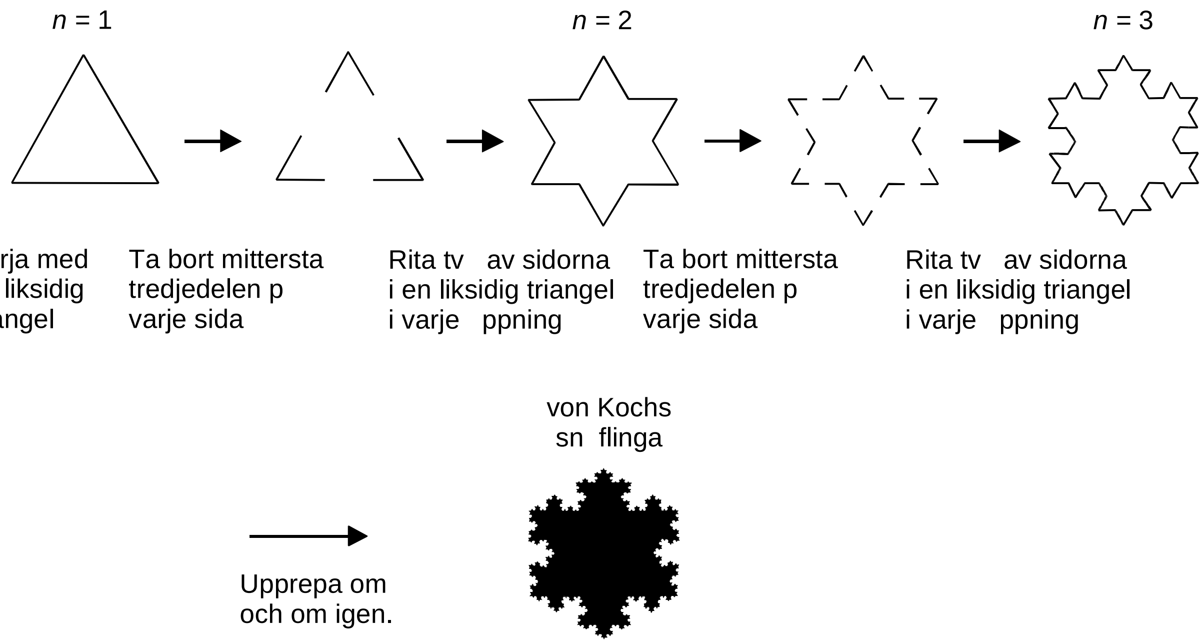
Hur många av dessa burkar kan förväntas innehålla minst de 500 g kattmat som anges på burken? (2p)

b) Medelvärdet i undersökningen är 490 g. Antag att standardavvikelsen skulle vara större än 5 g.

Förklara med ord hur fördelningen av burkarnas vikter och därmed också kurvans utseende förändras av den ändrade standardavvikelsen.
Skissa också de båda kurvorna, med standardavvikelsen 5 g respektive större än 5 g, **i ett enda diagram**. (2p)



14. Inom den del av matematiken som kallas kaosteori används fraktaler för att beskriva former i naturen, t.ex. åskmoln, kuststräckor och ormbunksblad. von Kochs snöflinga är en fraktal. Den kan ritas på följande sätt:



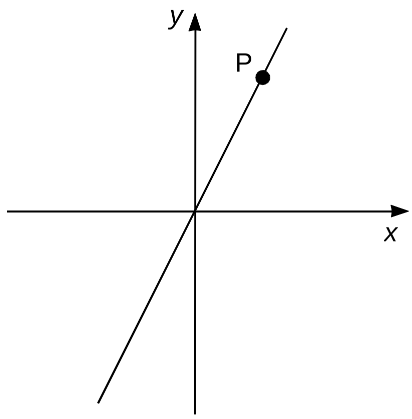
Ett funktionsuttryck för vinkelsumman $f(n)$ grader i de figurer som bildas vid detta förfarande är $f(n) = 540 \cdot 4^{n-1} - 360$.

a) Beräkna med hjälp av funktionsuttrycket vinkelsumman $f(3)$. (1p)

b) Med hjälp av funktionsuttrycket kan vinkelsumman i figuren då $n = 2$ beräknas till 1800°.

Förklara **med hjälp av figuren**, och så utförligt du kan, att denna vinkelsumma är korrekt. (2p)

15.



På linjen $y = 2x$ finns en punkt P vars avstånd till origo är 24 längdenheter.

Beräkna punkten P:s x-koordinat, $x > 0$. (3p)

NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS B HÖSTEN 1998

Breddningsdel

Anvisningar

Provperiod	Vecka 39 - 51 1998.
Provtid	Enligt beslut vid skolan men minst 90 minuter för uppgift 1 och minst 60 min för uppgift 2.
Hjälpmedel	Enligt beslut vid skolan.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn, komvux/gymnasieprogram och födelsedatum på de papper du lämnar in.
Provet	Breddningsdelen innehåller två alternativa uppgifter varav en väljs. Frågorna i uppgiften kan vara sådana att du själv måste ta ställning till de möjliga tolkningarna. Du skall redovisa de utgångspunkter som ligger till grund för dina beräkningar och slutsatser. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning. Till varje uppgift finns en beskrivning av vad läraren kan ta hänsyn till vid bedömning av ditt arbete. Om något är oklart fråga din lärare.
Arbetsformer	Ansvarig lärare informerar om de arbetsformer som gäller för breddningsdelen i provet.

1. SPELAUTOMATEN (del 1)

Uppgiften består av två delar: *Del 1* är en laboration. Resultat från denna del ska sedan användas i *del 2*.

Det finns en typ av spelautomat (enarmad bandit) som innehåller två hjul med sex figurer på varje hjul (1 äpple, 2 bananer och 3 apelsiner). Hjulen snurrar oberoende av varandra när man drar i armen och stannar sedan slumpmässigt och en frukt blir synlig på varje hjul.

Avgiften för ett spel är en krona. Vinst erhålls då hjulen stannar så att de visar likadana frukter.

- Undersök laborativt sannolikheten för händelserna:
  2 äpplen
  2 apelsiner
  2 bananer
  2 olika frukter
  med hjälp av två tärningar. Tärningarnas sidor kan representera de olika frukterna.

Vid bedömningen av ditt arbete kommer läraren att ta hänsyn till:
- Hur väl du beskriver och motiverar ditt tillvägagångssätt i den laborativa undersökningen
- Hur systematisk du är i din undersökning
- Hur väl du genomför dina beräkningar
- Hur väl du motiverar dina förslag
- Hur väl du redovisar och kommenterar ditt arbete

1. SPELAUTOMATEN (del 2)

Denna del av uppgiften utgår från samma information som du arbetat med i del 1. Informationen upprepas här med liten text.

Det finns en typ av spelautomat (enarmad bandit) som innehåller två hjul med sex figurer på varje hjul (1 äpple, 2 bananer och 3 apelsiner). Hjulen snurrar oberoende av varandra när man drar i armen och stannar sedan slumpmässigt och en frukt blir synlig på varje hjul.

Avgiften för ett spel är en krona. Vinst erhålls då hjulen stannar så att de visar likadana frukter.

I del 1 undersökte du laborativt sannolikheten för händelserna:
2 äpplen
2 apelsiner
2 bananer
2 olika frukter
med hjälp av två tärningar.

- Gör en teoretisk beräkning av sannolikheten för de olika händelserna.
  Jämför med resultatet från den laborativa undersökningen (del 1).

- Ge ett förslag på hur stor vinsten ska vara då 2 äpplen, 2 bananer respektive 2 apelsiner blir synliga. Beräkna hur mycket ägaren av spelautomaten då troligen tjänar om man spelar 1000 gånger.

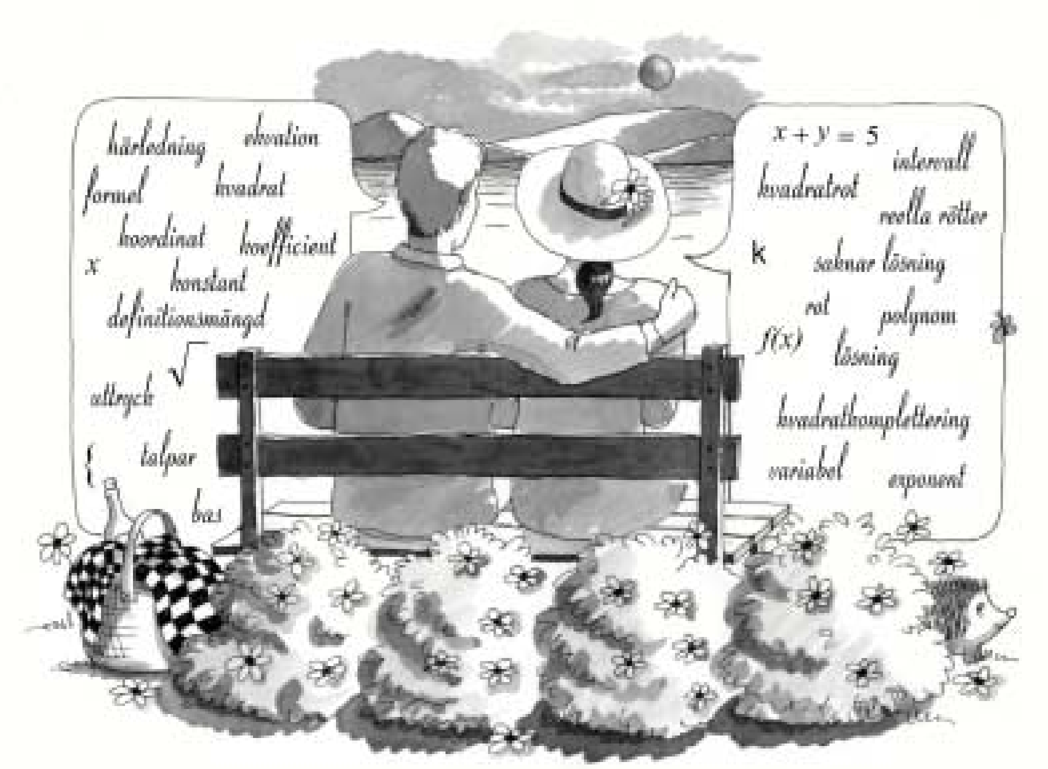
- För händelsen två apelsiner väljer ägaren mellan att betala ut pengar eller ge ett gratis spel. Gör en jämförelse av hur mycket ägaren tjänar vid de två alternativen.

Vid bedömningen av ditt arbete kommer läraren att ta hänsyn till:
- Hur väl du beskriver och motiverar ditt tillvägagångssätt i den laborativa undersökningen
- Hur systematisk du är i din undersökning
- Hur väl du genomför dina beräkningar
- Hur väl du motiverar dina förslag
- Hur väl du redovisar och kommenterar ditt arbete

2. MATEMATIK ÄR ETT SPRÅK

Genom att använda ett vardagligt språk tillsammans med matematikens symboler och uttryckssätt finns möjligheter att på ett tydligt sätt förklara matematiska begrepp och metoder för andra som kan det matematiska språket.

I pratbubblorna nedan finns exempel på ord och symboler som hör till det matematiska språket.



Förklara med hjälp av matematiska ord och symboler så utförligt du kan ett av följande två alternativ:

Alternativ 1: begreppet andragradsekvation samt algebraiska och grafiska metoder för lösning av andragradsekvationer

Alternativ 2:begreppet ekvationssystem samt algebraiska och grafiska metoder för lösning av ekvationssys

Du får gärna använda exempel och figurer för att göra dina förklaringar tydligare.

Vid bedömning av ditt arbete kommer läraren att ta hänsyn till:

- Vilka kunskaper du visar i det begrepp du väljer att förklara
- Vilka kunskaper du visar i de metoder du väljer att förklara
- Hur du använder matematiska ord och symboler
- Hur tydliga och fullständiga dina förklaringar är

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i tidsbundna delen av B-kursprovet i Matematik ht-98 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål.

Upp		**Kunskapsområde i målbeskrivningen**							**Betygskriterium**											
-gift	Po-	Geo	Sannolik. och statistik				Alg	Funk	Godkänd						Väl godkänd					
nr	äng	1	1	2	3	4	1	1	a	c	d	f	g	h	a	b	d	e	g	h
1	2						x		x	x		x	x							
2	2						x		x	x		x	x							
3a	1							x	x	x			x							
3b	1							x	x		x									
3c	1							x	x	x			x							
4a	1							x	x	x										
4b	2							x	x		x		x							
5	2						x		x	x		x	x							
6	2							x	x		x		x							
7a	1		x						x	x			x							
7b	2		x										x		x					
8	3	x							x		x	x	x		x				x	
9	2						x						x		x		x		x	
10	2		x										x		x			x	x	
11a	1						x		x				x						x	
11b	1						x						x		x				x	
11c	2						x						x		x				x	
12	2						x	x					x		x			x	x	
13a	2				x				x		x		x						x	
13b	2			x	x								x		x			x	x	
14a	1							x	x	x		x	x							
14b	2	x											x		x			x	x	
15	3	x						x					x		x			x	x	
∑	**40p**	6p	9p				13p	12p	Ca 21p						Ca 19p					

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i breddningsdelen av B-kursprovet i Matematik ht-98 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål.

	Kunskapsområde i målbeskrivningen							**Betygskriterium**											
Uppgift	Geo	Sannolik. och statistik				Alg	Funk	Godkänd						Väl godkänd					
nr	1	1	2	3	4	1	1	a	c	d	f	g	h	a	b	d	e	g	h
1		x						x	x	x	x	x	x	x		x	x	x	x
2						x		x		x	x	x	x	x		x	x	x	x

Förslag till kravgränser

Provet ger maximalt 40 poäng. Förslag till undre gräns för Godkänd är 12 poäng respektive 25 poäng för Väl Godkänd.

Bedömningsanvisningar - tidsbunden del (MaB ht 1998)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Bedömningsanvisningar

Uppg.		Bedömningsanvisningar	Poäng
1.			**Max: 2p**
		Redovisad godtagbar lösning ($x_1 = -1$ och $x_2 = 5$)	+1-2p
2.			**Max: 2p**
		Redovisad godtagbar lösning $\left(\begin{cases} x = 14 \\ y = 9 \end{cases} \right)$	+1-2p
3.			**Max: 3p**
	a)	Båda skärningspunkterna korrekt markerade	+1p
	b)	Korrekt *x*-värde ($x = 1$)	+1p
	c)	Skissat en parabel med maximipunkt	+1p
4.			**Max: 3p**
	a)	Korrekt uttryck ($y = 93 + 4 \cdot x$)	+1p
	b)	Redovisad godtagbar lösning (64 minuter)	+1-2p

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng

5. **Max: 2p**

Godtagbar ansats	+1p
Godtagbar lösning av andragradsekvation ($n_1 = 0$, $n_2 = 8$)	+1p

Exempel på två olika lösningar och hur de poängsätts ges nedan.
Andra lösningsförslag får bedömas på likvärdigt sätt.

Exempel 1		Exempel 2	
$(n-3)^2 = 2n+9$		$(n-3)^2 = 2n+9$	
$n^2 - 6n + 9 = 2n + 9$	+1p	$n^2 + 9 = 2n + 9$	+0p
$n^2 - 8n = 0$		$n^2 - 2n = 0$	
$n(n-8) = 0$		$n(n-2) = 0$	
$n_1 = 0$		$n_1 = 0$	
$n_2 = 8$	+1p	$n_2 = 2$	+1p

6. **Max: 2p**

Redovisat och genomfört en godtagbar metod med angivet svar	+1p
med korrekt svar	+1p

7. **Max: 3p**

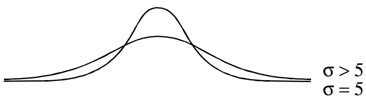
a)	Redovisad godtagbar lösning (67%)	+1p
b)	Redovisad godtagbar metod (multiplikation av sannolikheterna)	+1p
	med korrekt svar (47%)	+1p

8. **Max: 3p**

Korrekt beräknat sträckan EC på ett godtagbart sätt (5,2 m)	+1-2p
Korrekt beräknat sträckan EC på ytterligare ett godtagbart sätt	+1p

9. **Max: 2p**

Angivit var i lösningen felaktigheten finns	+1p
Beskrivit hur man rättar till felet	+1p

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
10.		**Max: 2p**
	Korrekt beräknad sannolikhet	+1p
	med redovisad relevant information (t.ex. 1000 matchprogram säljs eller 1000 matchprogram trycks)	+1p
11.		**Max: 4p**
a)	Redovisad godtagbar förklaring	+1p
b)	Redovisad godtagbar förklaring	+1p
c)	Redovisad godtagbar lösning (6 liter lättmjölk och 4 liter standardmjölk)	+1-2p
12.		**Max: 2p**
	Godtagbart svar (Ekvationen saknar lösning)	+1p
	Redovisad godtagbar förklaring (Grafen saknar skärningspunkt med *x*-axeln)	+1p
13.		**Max: 4p**
a)	Korrekt bestämd sannolikhet (2,3 %)	+1p
	Korrekt beräkning av antalet burkar (70 burkar)	+1p
b)	Redovisad godtagbar förklaring med ord	+1p
	Godtagbar skiss **(**  **)**	+1p
14.		**Max: 3p**
a)	Korrekt beräknad vinkelsumma ($8280°$)	+1p
b)	I figur eller på annat sätt angivit, utan motivering, relevanta vinklar (t.ex. $60°$ och $240°$) eller delat in figuren i relevanta delområden (t.ex. 10 deltrianglar), samt bestämt vinkelsumman till 1800°	+1p
	Motiverat relevanta vinklar eller delområden	+1p

Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
15.		**Max: 3p**
	Påbörjad godtagbar metod	+1p
	Visat förståelse för att punkten P har koordinaterna $(x, 2x)$	+1p
	Godtagbart beräknat svar $(10,7)$	+1p

Exempel på två olika lösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag får bedömas på likvärdigt sätt.

Exempel 1

$x^2 + y^2 = 24^2$	+1p
$x^2 + (2x)^2 = 24^2$	+1p
$5x^2 = 24^2$	
$x \approx 10{,}7$	+1p

Exempel 2

$\tan v = \dfrac{y}{x}$ $\quad \cos v = \dfrac{x}{24}$	+1p
$\tan v = \dfrac{2x}{x}$	+1p
$v = 63{,}4^\circ$	
$x = 24 \cdot \cos v$	
$x \approx 10{,}7$	+1p

Bedömningsanvisningar - breddningsdel (Ma kurs B, ht 1998)

Bedömningsanvisningarna innehåller tre delar. Först anges i punktform olika aspekter som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av respektive uppgift. Därefter ges exempel på motiveringar som skulle kunna ges för provbetygen Godkänd och Väl godkänd. Slutligen redovisas ett antal bedömda elevarbeten med kommentarer. Omdömena om varje elevlösning är sorterade efter olika aspekter av bedömningen. Detta får ses som ett exempel på hur bedömningen kan delas upp. Omdömet inom varje bedömningsaspekt har fått ett nummer som återfinns i slutet av det avsnitt i elevens arbete som ligger till grund för bedömningen. På detta sätt kan olika avsnitt av elevernas arbeten lättare identifieras i relation till olika aspekter av bedömningarna till respektive uppgift.

Exempel på uppdelning av bedömningen till uppgift 1:
1. Laborativ undersökning: strategi, genomförande och beräkningar
2. Teoretiska sannolikheter: metod och beräkningar
   Jämförande kommentar mellan laboration och teori
3. Förslag på vinstbelopp, beräkning av ägarens intäkter, utgifter och vinst
4. Jämförelse mellan vinster i pengar och frispel
5. Redovisning av tankegång

Exempel på uppdelning av bedömningen till uppgift 2:
1. Förklaring av valt begrepp
2. Beskrivning och förklaring av algebraiska metoder
3. Beskrivning och förklaring av grafiska metoder
4. Användning av matematiska ord och symboler
5. Redovisning av tankegång

Uppgift 1: Spelautomaten

Vid bedömning av elevernas arbete ska du ta hänsyn till följande:
- Vilken grad av insikter eleven visar i begrepp, lagar och metoder relevanta för uppgiften
- Vilka bearbetningsstrategier eleven använder och hur dessa diskuteras och värderas
- Om och hur eleven utför nödvändiga beräkningar och värderar resultaten
- I vilken grad eleven visar tankegången i redovisningen av sitt arbete

Exempel på motiveringar för betyget Godkänd på ett elevarbete:
Eleven har använt en godtagbar strategi för den laborativa undersökningen, genomfört den med etthundra tärningskast och beräknat relativa frekvenser för några av händelserna.
Eleven har beräknat några av de teoretiska sannolikheterna och givit någon kommentar angående skillnaden mellan teoretisk och uppskattad sannolikhet.
Eleven har redovisat sitt arbete och därmed också tillvägagångssättet i den laborativa undersökningen på ett sådant sätt att tankegången kan följas.

Exempel på motiveringar för betyget Väl godkänd på ett elevarbete:
Eleven har använt en godtagbar strategi för den laborativa undersökningen. Eleven har stannat vid etthundra tärningskast (trots att de relativa frekvenserna inte varit stabila) och beräknat korrekta relativa frekvenser för de olika händelserna.

Eleven har beräknat de teoretiska sannolikheterna och konstaterat att fler kast i den laborativa delen skulle ha gett bättre uppskattningar.
Eleven har föreslagit en modell för vinstbelopp utan motivering och gjort en godtagbar beräkning av ägarens resultat. Trots att modellen visar sig betyda att ägaren gör en förlust har ingen annan modell utformats.
Eleven har i redovisningen av sitt arbete och därmed också i den laborativa undersökningen visat en klar tankegång.

Kommentarer till bedömda elevarbeten

Elev nr 1 (G-)

1	Godtagbar strategi för den laborativa undersökningen, genomförd på ett godtagbart sätt (med relativt få kast) och med korrekt beräknade relativa frekvenser
2	De teoretiska sannolikheterna är felaktiga, men korrekta sannolikheter används vid beräkning av ägarens vinst. Någon jämförelse mellan relativa frekvenser och teoretiska sannolikheter redovisas och kommenteras inte.
3	Ett förslag på vinstbelopp ges och total vinstutdelning vid 1000 kast beräknas korrekt, men det faktum att vinstutdelningen överskrider intäkterna kommenteras ej.
4	Ingen jämförelse mellan alternativen att ge spelaren pengar eller ett gratis spel för händelsen två apelsiner.
5	Tankegången kan endast delvis följas. Kommentarer och motiveringar saknas nästan helt.

Elev nr 2 (VG-)

1	Godtagbar strategi för den laborativa undersökningen, genomförd på ett godtagbart sätt och med korrekt beräknade relativa frekvenser
2	Korrekt beräkning av de teoretiska sannolikheterna med en godtagbar kommentar angående skillnaderna gentemot de relativa frekvenserna.
3	Förslag till vinstbelopp ges, dock utan motivering. Sannolikheterna används korrekt för beräkning av ägarens utgifter men inget försök till beräkning av ägarens förtjänst redovisas.
4	Ingen jämförelse mellan alternativen att ge spelaren pengar eller ett gratis spel för händelsen två apelsiner.
5	En klar tankegång visas i redovisningen.

ELEV 1

G -

Spelautomaten (del 1)

Det finns en typ av spelautomat (enarmad bandit) som innehåller två hjul med sex figurer på varje hjul (1 äpple, 2 bananer och 3 apelsiner). Hjulen snurrar oberoende av varandra när man drar i armen och stannar sedan slumpmässigt och en frukt blir synlig på varje hjul. Avgiften för ett spel är en krona och vinst erhålls då hjulen stannar så att de visar lika frukter.

tärning:
- **Undersök laborativt sannolikheten för händelserna:**
  1 **2 äpplen**
  2,3,4 **2 apelsiner**
  5,6 **2 bananer**
  2 olika frukter
  med hjälp av två tärningar. Tärningarnas sidor kan representera de olika frukterna.

50 utfall

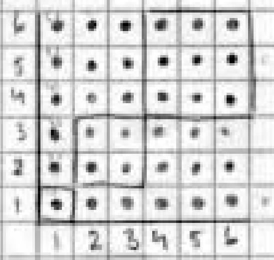
2 äpplen		1/50 = 2%
2 apelsiner	卌 卌 卌 II	17/50 = 34%
2 bananer	卌	5/50 = 10%
2 olika	卌 卌 卌 卌 卌 II	27/50 = 54%

1

Vid bedömningen av ditt arbete kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur väl du beskriver och motiverar tillvägagångssätt och tankegång i den laborativa undersökningen
- hur systematisk du är i din undersökning
- hur väl du genomför dina beräkningar
- hur väl du redovisar och kommenterar ditt arbete

Spelautomaten (del 2)

1. Teoretiskt



Äpplen	1
Apelsiner	2, 3, 4
Bananer	5, 6
Olika	1 – 6

2 Äpplen	2 %
2 Apelsiner	34 %
2 Bananer	10 %
2 Olika	54 %

praktiskt

2.

1. Äpple	1/6	2 %
2. Banan	1/3	10 %
3. Apelsin	1/2	34 %
2. Olika		54 %

2

Svårast att få 2 äpplen 1/50 chans.
Därefter 2 bananer 5/50 chans
Apelsin störst chans 17/50

2 äpplen 10 kr

2 bananer 5 kr

2 apelsiner 2 kr

1000 ggr = 1000 kr $1/36 \cdot 1000 = 27{,}7 \approx 28$ ggr

$0{,}02 \cdot 1000 = 20$ $4/36 \cdot 1000 = 111{,}1$ ggr

$0{,}1 \cdot 1000 = 100$ $9/36 \cdot 1000 = 250$ ggr

$0{,}34 \cdot 1000 = 340$ vinst 389 ggr

$280 + 555 + 500 = 1335$ kr

3

4 5

ELEV 2

VG -

Spelautomaten

1 = äpple
2 = banan
3 = banan
4 = apelsin
5 = apelsin
6 = apelsin

Siffrorna på tärningarna symboliserar frukterna i spelautomaten

Sannolikheten vid 100/försök

Jag gör nu min laborativa undersökning genom att slå 2 tärningar 100 ggr. Resultat syns i tabellen.

2 äpplen	2 apelsiner	2 bananer	2 olika frukter
= 5	= 27	= 10	= 58

100 försök

VÄND

vgv

P(2 äpplen) $\frac{5}{100} = 0{,}05 = \boxed{5\%}$

P(2 apelsiner) $\frac{27}{100} = 0{,}27 = \boxed{27\%}$

P(2 bananer) $\frac{10}{100} = 0{,}10 = \boxed{10\%}$

P(2 olika frukter) $\frac{58}{100} = 0{,}58 = \boxed{58\%}$

Svar

1

Teoretisk beräkning

1 = äpple
2 = banan
3 = banan
4 = apelsin
5 = apelsin
6 = apelsin

P(2 äpplen) $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36} \approx 0{,}027 \approx 2{,}7\%$

P(2 apelsiner) $\frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\%$

P(2 bananer) $\frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{9} = 0{,}11 \approx 11\%$

P(ej 2 olika frukter) $2{,}7\% + 25\% + 11\% = 38{,}7\%$

P(olika frukter) $100\% - 38{,}7 = 61{,}3\%$

Svar: 2 äpplen 2,7 % 2 apelsiner 25 %
2 bananer 11 % 2 olika frukter 61,3 %

Jämförelsen: Resultaten mellan teoretisk och laborativ undersökning skiftade ganska mycket nu men skulle säkert vara mer lika om man haft längre tid o kunnat kasta tärningen mer än 100ggr & fått ett mer rättvist resultat

2

Avgiften för spel är 1 krona.
Om man spelar 1000 ggr kostar det 1000 kr.

Ex.

2 äpplen	2 bananer	2 apelsiner
4 kr	3 kr	2 kr
Om 2,7% vinner 4 kr går det åt 108 kr	Om 11% vinner 3 kr går det åt 330 kr	Om 25% vinner 2 kr går det åt 500 kr

3

4 5

Uppgift 2: Matematik är ett språk

Vid bedömning av elevernas arbete ska du ta hänsyn till följande:

- Vilken grad av insikter eleven visar i valt begrepp och valda metoder
- Vilka metoder eleven presenterar och hur dessa diskuteras och värderas
- Hur eleven använder det matematiska språket
- I vilken grad eleven visar tankegången i redovisningen av sitt arbete.

Exempel på motiveringar för betyget Godkänd på ett elevarbete:

Eleven visar insikter i valt begrepp och valda metoder
Eleven visar med ett exempel hur en av metoderna kan användas.
Eleven använder vissa relevanta matematiska ord och symboler även om inte alla behandlas helt korrekt.
Eleven förklarar valt begrepp och beskriver valda metoder så att tankegången går att följa.

Exempel på motiveringar för betyget Väl godkänd på ett elevarbete:

Eleven visar goda insikter i valt begrepp och valda metoder.
Eleven beskriver hur metoderna fungerar generellt.
Eleven använder relevanta matematiska ord och symboler på ett acceptabelt sätt.
Eleven väljer lämpliga exempel och ritar korrekta och tydliga figurer för att förtydliga tankegången.
Eleven förklarar valt begrepp och valda metoder på ett strukturerat sätt så att en klar tankegång visas.

Kommentarer till bedömda elevarbeten

Uppgift 2: Alternativ 1 (Andragradsekvation)

Elev nr 3. (G-)

1	Godtagbar förklaring av begreppet andragradsekvation.
2	Godtagbar beskrivning av algebraisk lösningsmetod utifrån eget valt exempel. Försök till formulering av andragradsekvation utifrån faktorsatsen, med felaktigheter och formella brister.
3	Beskrivning av grafisk lösningsmetod med vissa felaktigheter.
4	Eleven använder sig delvis av korrekta matematiska ord och symboler.
5	Tankegången går att följa.

Elev nr 4. (VG-)

1	Godtagbar förklaring av begreppet andragradsekvation.
2	Godtagbar beskrivning av algebraisk lösningsmetod med tre fall, utifrån egna valda exempel, men med slarvfel vid ekvationslösningen.
3	Godtagbar beskrivning av grafisk lösningsmetod med de olika fallen exemplifierade. Här återfinns brister vid grafritning samt felaktigheter vid samband mellan formel och graf.
4	Acceptabel användning av matematiska ord och symboler.
5	En klar tankegång visas.

Uppgift 2: Alternativ 2 (Ekvationssystem)

Elev nr 5. (G-)

1	Godtagbar förklaring av begreppet ekvationssystem.
2	Ersättningsmetoden visas med ett exempel, även om beskrivningen inte är fullständig. Additionsmetoden omnämns, men beskrivs på ett knapphändigt och ofullständigt sätt.
3	Den grafiska metoden beskrivs på ett knapphändigt och ofullständigt sätt.
4	Redovisningen sker med korrekt användning av matematiska symboler, men med brister i den matematiska terminologin.
5	Tankegången går att följa.

Elev nr 6. (VG-)

1 Insikt i begreppet ekvationssystem visas, men en explicit förklaring av begreppet saknas. Förståelse för praktisk användning av ekvationssystem visas.

2 Två algebraiska metoder beskrivs på ett tillfredsställande sätt och början till en mer generell förklaring av additionsmetoden redovisas.

3 Tillfredsställande beskrivning av den grafiska metoden.

4 Matematiska ord och symboler används på ett acceptabelt sätt.

5 En klar tankegång visas och figuren är tydlig.

ELEV 3

G -

a) En andragradselvation är en ekvation som innehåller x^2 och x plus några siffror. För att få fram de reella rötterna använder man sig av division, kvadrat, roten ur, addition och subtraktion. Oftast får man fram två rötter, men ibland finns det bara en lösning och det är när siffran som man ska ta ± är $\sqrt{0}$. Men ibland saknar en del andragradsekvationer lösningar och det är när siffran i $\sqrt{\ }$ tecknet är ett minustal. Tex $\sqrt{-3}$. Ett exempel på en andragradsekvation är:

1

$$2x^2+4x-6=0$$

$$\frac{2x^2}{2}+\frac{4x}{2}-\frac{6}{2}=\frac{0}{2}$$

$$x^2+2x-3=0$$

$$x=-\frac{2}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2-(-3)}$$

$$x=-1\pm\sqrt{4}$$

$$\begin{cases} x_1=1 \\ x_2=-3 \end{cases}$$

Man vill alltså räkna fram vad x-et är. I mitt exempel blir det två lösningar:

$x_1=3$ och $x_2=-5$

Om man tittar i en grammatikbok så är uppställningen annorlunda, för där använder man sig av bokstäver. I grammatikboken ser det ut så här:

$$x^2+px+q=0$$

har lösningen $x=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$

I mitt exempel ovan är $p=2$ och $q=-6$

Man kan även räkna ut andragradsekvationssystem med hjälp av bara rötterna $x_1=1$ och $x_2=-3$

$$(x-1)\cdot(x--3)$$

$$x^2+3x-x-3$$

x^2+2x-3 i mitt översta ex. har jag i tredje raden precis samma andragradsekvationer.

2

Grafisk lösning

$2x^2+4x-6=0$

Man kan även göra en grafisk lösning men då måste formeln vara så enkel som möjligt. Så

$2x^2+4x-6=0$ blir

$y=x^2+2x-3$. Sen så gör man en värde tabell. Om man inte med hjälp av k-värdet som i mitt fall är +2 och m-värdet -3 kan göra en graf.

I en värdetabell sätter man in siffror som är x och räknar ut y.

x	y
0	-3
1	0
2	5
3	12
4	21
5	32

Sen så när man ritar ska det bli ett U, men jag hittar inte rätt siffror. Men i grafen kan man sen se var linjerna skär x-axeln och på det sättet se vad x_1 och x_2 är. 3

4 5

ELEV 4

VG -

I en andragradsekvation finns x^2.

Exempel på en andragradsekvation är :

Ex 1: $x^2 - 10x + 8 = 0$ $p = -10$ $q = 8$ $(x^2 + px + q = 0)$ 1

$x = \frac{10}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 8}$ $x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

$x = 5 \pm \sqrt{17}$

$x_1 = 22$

$x_2 = 12$

Eftersom roten ur x^2 kan få två lösningar tex om $x^2 = 4$ kan x antingen vara 2 eller -2

$2^2 = 4$ och $(-2)^2 = 4$ får man oftast två lösningar på en andragradsekvation. Undantag är om det blir roten ur 0. ex) $x^2 + 4x + 4 = 0$

$x = -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 4}$

$x = -2 \pm \sqrt{4-4}$

$x = -2 \pm \sqrt{0}$

$x = -2$

Det måste vara reella rötter. Man kan inte dra roten ur ett minustal. Ekvationen saknar lösning

ex) $2x^2 - 8x + 24 = 0$

$x^2 - 4x + 12 = 0$

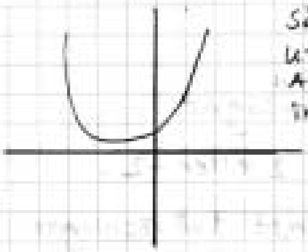
$x = \frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 12}$

$x = 2 \pm \sqrt{-8}$ 2

$y = x^2 + 2x + 2$

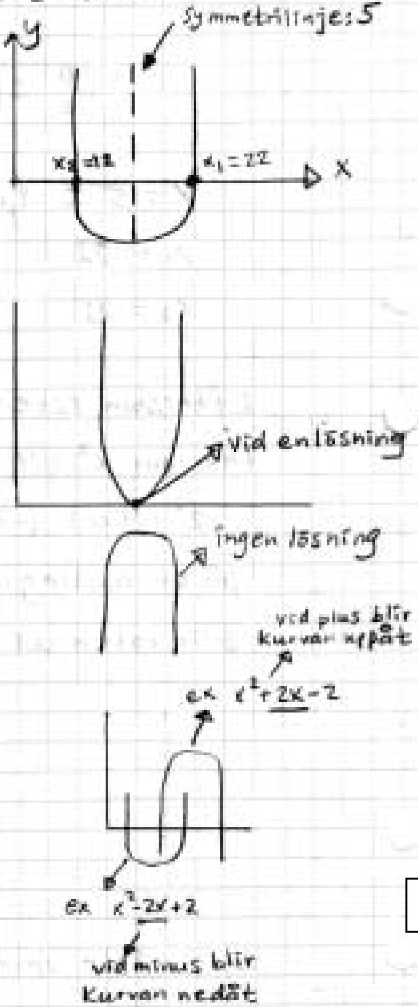
x	y
1	5
2	10
3	17
4	26
5	37
6	50

ska vända så den grafiska lösningen blir till ett U



Så här ser lösningen ut på miniräknaren. Alltså har ekvationen ingen lösning

En grafisk lösning av en andragradsekvation: Om detta skulle varit Ex 1:



3

4 5

ELEV 5

G -

Ekvationssystem består av två eller flera ekvationer med x och y, där x och y har samma värde i båda talen.

ex

$$\begin{cases} x + 4y = 30 \\ 4x - y = 15 \end{cases}$$

1

$x = 30 - 4y$

$120 - 16y - y = 15 + 17y$

x får man fram genom insättnings-metoden

$120 - 15 = 17y$

$\frac{105}{17} = \frac{\cancel{17}y}{\cancel{17}}$

$y \approx 6,2$

osv

2

grafisk lösning = Då ritar man ekvationerna i ett koordinat-system och kan få fram en symmetrilinje. (går att få fram på grafritande-miniräknare) 3

Additionsmetoden: Då gångrar man den ena ekvationen och får på så sätt bort x eller y från båda ekvationerna. 2

4 5

ELEV 6

VG -

Förklara matematiskt begrepp: (1)

Ekvationssystem (b+g)

Ett ekvationssystem är en form av lösning av en ekvation. Där man ser lösningen grafiskt, i ett kordinatsystem, genom ersättningsmetoden eller genom additionsmetoden.

Om man tar ett exempel där Pelle köper 4 suddigum och 2 pennor för 20 kr Medans Anna köper 1 sudd och 1 pennor för 7 kr

Man sätter då suddigummen som: x
pennor som : y
och gör ett ekvationssystem.

$$\begin{cases} 4x+2y=20 \\ x+y=7 \end{cases}$$

(1) kordinatsystem

Man kan sedan lösa dem grafist i ett kordinatsystem och man börjar göra värdetabell.

$\frac{4x+2y=20}{2}$ =

$y = 10-2x$ →

y	x
8	1
6	2
4	3
2	4

$x+y=7$

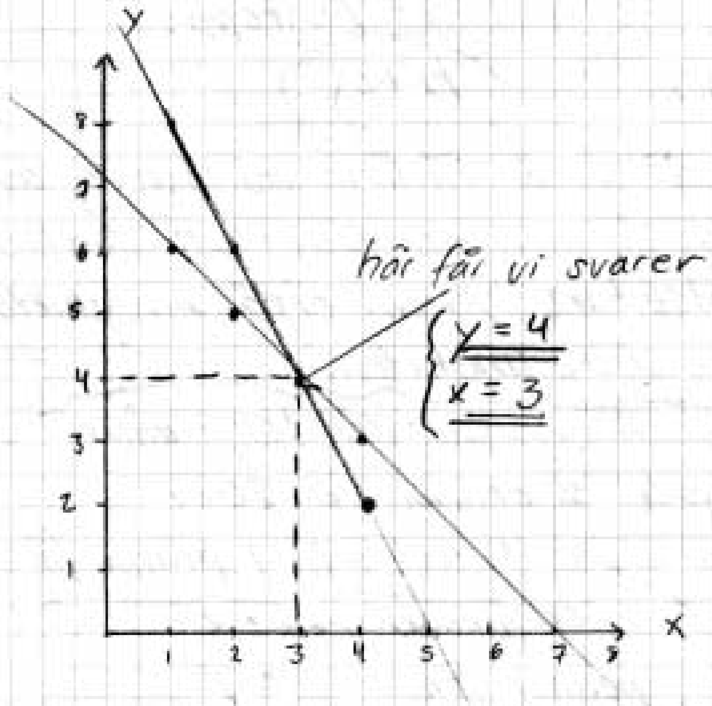
$y=7-x$ →

y	x
6	1
5	2
4	3
3	4

Man sätter sedan in de två linjära lösningarna i sitt system

vänd →

1



3

② ersättningsmetoden:
$$\begin{cases} 4x + 2y = 20 & (1) \\ x + y = 7 & (2) \end{cases}$$

vi löser ut ex : $x = 7 - y$

och sätter in denna lösning i ③:ans ekvation på x:ets plats:

$$4(7-y) + 2y = 20$$
$$28 - 4y + 2y = 20$$
$$28 - 20 - 4y + 2y$$
$$\frac{8}{2} = \frac{2y}{2} = \underline{y = 4}$$

vi vet nu y:s värde och sätter in det i ekvation ② : $x = 7 - 4 = \underline{x = 3}$

1

3 additionsmetoden.

$$\begin{cases} 4x + 2y = 20 \\ x + y = 7 \quad \cdot(-2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 2y = 20 \\ -2x + -2y = -14 \end{cases}$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2} = \underline{\underline{x = 3}}$$

för att man ska kunna lösa ut x el. y måste man kunna summera så att resultatet blir 0 på någon av x el y. i detta fall x. för att få noll måste man multiplicera med −2 på alla tal i ledet och sedan lägga ihop allt för att få x=3.

$$\begin{cases} 4x + 2y = 20 \\ x + y = 7 \quad \cdot(-4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 2y = 20 \\ -4x + -4y = -28 \end{cases}$$

$$-2y = -8$$

$$\frac{8}{2} = \frac{2y}{2} = \underline{\underline{y = 4}}$$

i detta fall multiplicerar man med −4 och får svaret

2

4 5

Mål för Kurs B

Kurs: **Matematik B**
Poäng: **40**

Mål
Målet för kursen är att ge ökade insikter i matematiska begrepp och metoder för att med matematiska modeller kunna lösa problem inom olika områden.

Efter genomgången kurs skall eleven
i geometri (G)
1. kunna förklara och vid problemlösning använda några viktiga satser från klas- sisk geometri

i sannolikhetslära och statistik (S)
1. kunna beräkna sannolikheter vid enkla slumpförsök i flera steg samt kunna uppskatta sannolikheter genom att studera relativa frekvenser

2. förstå skillnaden mellan olika lägesmått för statistiska material samt känna till och tolka några spridningsmått

3. känna till egenskaper hos normalfördelade material och i samband därmed beräkna enkla sannolikheter

4. kunna utifrån graf eller tabell diskutera sambandet mellan två variabler samt inse skillnaden mellan korrelation och orsakssamband

i algebra (A)
1. kunna lösa andragradsekvationer samt linjära olikheter och ekvationssystem med grafiska och algebraiska meto- der

i funktionslära (F)
1. inse vad som kännetecknar en funktion samt kunna ställa upp, tolka och använda elementära funktioner och härvid utnyttja såväl numeriska som algebraiska och grafiska metoder.

Betygskriterier

Kurs: **Matematik B**
Poäng: **40**

	G Godkänd		**V Väl Godkänd**
Ga	• Eleven har insikter i begrepp, lagar och metoder som ingår i kursen.	Va	• Eleven har goda insikter i begrepp, lagar och metoder som ingår i kursen
		Vb	• Eleven har insikt i matematikens idéhistoria.
Gc	• Eleven löser uppgifter i vilka problemformuleringen är klart definierad, t. ex. beräkning av sannolikhet och lösning av ekvationssystem, och exempeltypen är sådan att eleven mött den tidigare.		
Gd	• Eleven känner till och använder några olika bearbetningsstrategier och behandlar enkla och vanliga problemställningar.	Vd	• Eleven kan föreslå, diskutera och värdera olika bearbetningsstrategier och kan behandla problemställningar av olika svårighetsgrad och art.
		Ve	• Eleven använder och kombinerar därvid olika matematiska modeller och metoder i såväl kända som nya situationer.
Gf	• Eleven utför nödvändiga beräkningar, använder i relevanta sammanhang tekniska hjälpmedel och har viss förmåga att värdera resultaten.		
Gg	• Eleven kan skriftligt göra en redovisning av bearbetning av problem där tankegången kan följas och kan med tydlighet rita de figurer, diagram eller koordinatsystem som erfordras.	Vg	• Eleven kan göra en skriftlig redovisning av bearbetning av problem. I redovisningen visar eleven en klar tankegång och kan rita korrekta och tydliga figurer.
Gh	• Eleven kan med visst stöd muntligt redovisa tankegången i bearbetning och lösning av problem även om det matematiska språket inte behandlas helt korrekt.	Vh	• Eleven kan muntligt med klar tankegång redovisa och förklara arbetsgången i problemlösningen med ett acceptabelt matematiskt uttryckssätt