

Skolverket hänvisar generellt beträffande provmaterial till bestämmelsen om sekretess i 4 kap. 3 § sekretesslagen. För detta material gäller sekretessen till och med utgången av november 1997.

**NATIONELLT PROV I
MATEMATIK
KURS D
VÅREN 1997**

Tidsbunden del

Anvisningar

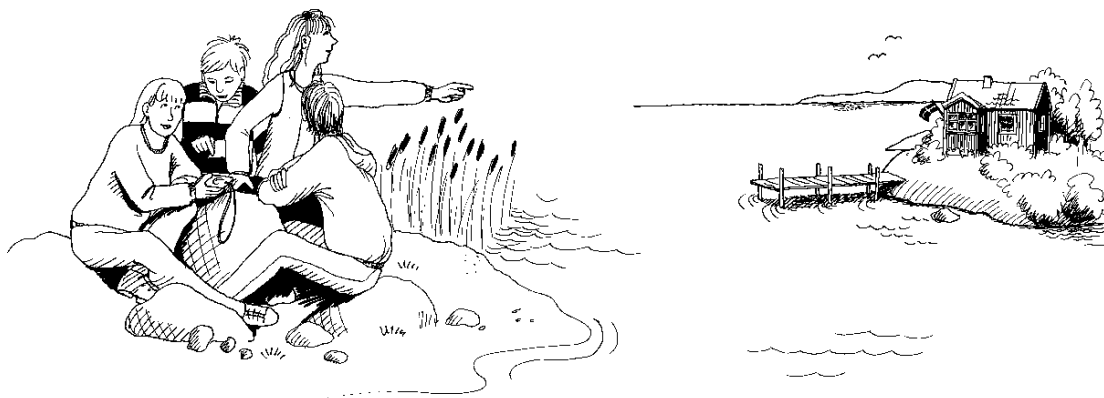
Provperiod	12 maj - 2 juni 1997
Provtid	180 minuter utan rast.
Hjälpmedel	Miniräknare (grafritande men ej symbolhanterande) och formelsamling.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn, komvux/gymnasieprogram och födelsedatum på de papper du lämnar in.
Provet	Provet består av 13 uppgifter. De flesta uppgifterna är av <i>långvarstyp</i> där det inte räcker med bara ett kort svar utan där det krävs <ul style="list-style-type: none">• att du skriver ned vad du gör• att du förklarar dina tankegångar,• att du ritat figurer vid behov• att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel Till några uppgifter (där det står ” <i>Endast svar erfordras</i> ”) behöver bara svaret anges. Pröva på alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning.
Betygsgränser	Ansvarig lärare meddelar de gränser som gäller för betygen ”Godkänd” och ”Väl Godkänd”. Provet ger maximalt 47 poäng.

1. Bestäm en primitiv funktion F till $f(x) = 3x^2 + 2x - 3$ sådan att $F(1) = 4$. (2p)

2. Teckna ett uttryck för arean av det område som begränsas av kurvan $y = 4x - x^2$ och x -axeln samt beräkna arean. (2p)

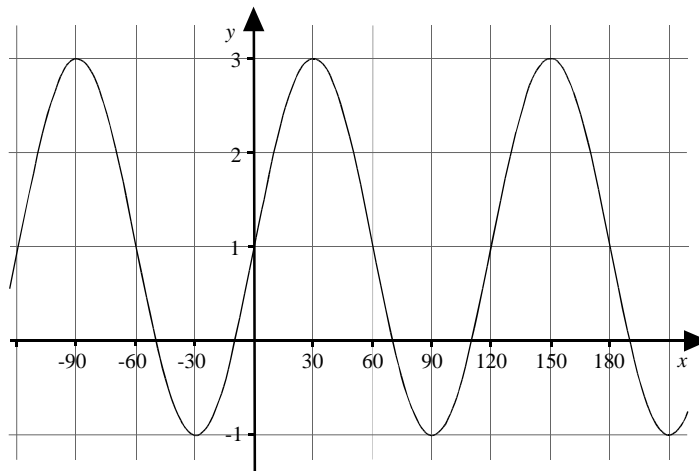
3. Integralen $\int_1^2 x(x-3)dx$ har värdet $-\frac{13}{6}$. Visa hur man kommer fram till detta resultat med hjälp av primitiv funktion. (3p)

4. Några ungdomar satt på en sten S på stranden och tittade på en brygga \ddot{O} på en ö ute i viken. De beslöt att utnyttja sina matematiska kunskaper för att beräkna avståndet mellan stenen och bryggan. De mätte därför upp en sträcka SP längs stranden till 100 m. Sedan uppskattade de vinklarna $SP\ddot{O}$ och $PS\ddot{O}$ till 30° respektive 135° med hjälp av en kompass. Vilket resultat bör de ha kommit fram till? (3p)



5. Förenkla $f(x) + f''(x)$ om $f(x) = 4 \sin 3x - 5 \cos x$ (3p)

6. Figuren visar grafen till funktionen $y = A \sin kx + b$.
 Ange konstanterna A , k och b . (Endast svar erfordras) (3p)



7. Undersök om $y = x(\ln x - 1)$ är en lösning till differentialekvationen
 $y' = \frac{y}{x} + 1$ för $x > 0$. (3p)

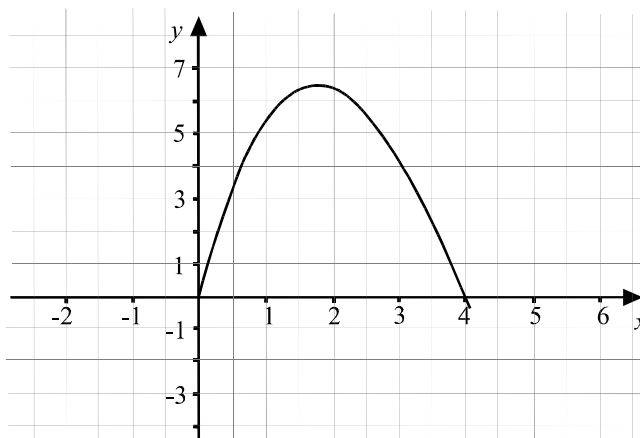
8. Figuren visar grafen till funktionen $y = f(x)$.

Ett av följande alternativ

28, 24, 17, 12 och 6,3

anger värdet på integralen

$$\int_0^4 f(x) dx.$$

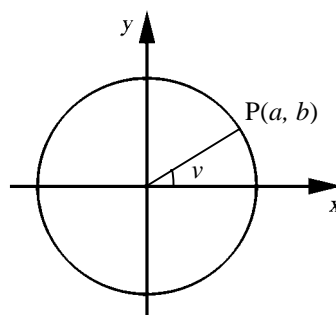


- a) Ange vilket. (Endast svar erfordras) (1p)
- b) Motivera ditt val. (2p)

9. Punkten P i en enhetscirkel har koordinaterna (a, b) . Rita av figuren. Markera vinklarna $v + 180^\circ$ och $v + 270^\circ$.

Uttryck med hjälp av punkten P:s koordinater

- a) $\sin(v + 180^\circ)$
- b) $\cos(v + 270^\circ)$



(3p)

10. Kurvorna $y = \sqrt{2x+3}$ och $y = x$ begränsar tillsammans med x -axeln ett område. Bestäm ett exakt värde på områdets area. (4p)

11. a) Visa att ekvationen $\frac{2 \sin 2x}{1 - \sin^2 x} = 5$ kan omformas till $\tan x = 1,25$. (2p)
- b) Lös ekvationen $\tan x = 1,25$ fullständigt. (2p)

VÄND

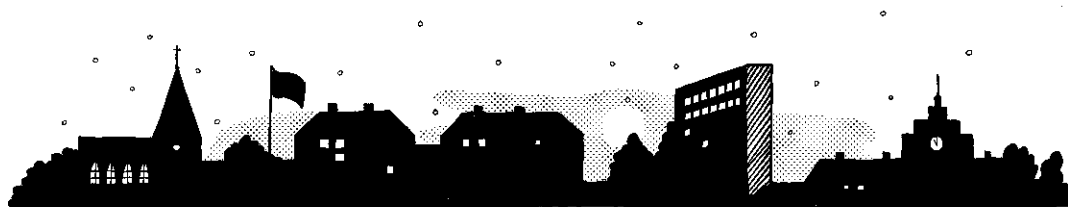
12. För att programmera en automatisk strömbrytare har en elingenjör satt upp en matematisk modell som anger den tidpunkt M på dygnet vid vilken det börjar bli mörkt på en viss ort:

$$M = 19 - 4 \cos\left(\frac{\pi(360 - t)}{180}\right)$$

där M är tiden i timmar ($M = 12,5$ motsvarar klockan 12.30) och t är tiden i dagar ($t = 1$ motsvarar 1 januari). I modellen förutsättes alla månader vara 30 dagar.

Beräkna enligt modellen

- när det börjar bli mörkt i mitten av april, (2p)
- i vilka månader de dagar ligger då det börjar bli mörkt klockan 18, (3p)
- när under året tidpunkten för mörkrets inbrott ändras snabbast. (3p)



13. Kurvan $y = 4,5 \cdot e^{0,25x}$ och linjen $y = 12 - x$ begränsar tillsammans med x -axeln och y -axeln ett område. När detta område roterar kring x -axeln uppkommer en rotationskropp. Bestäm ett närmevärde till rotationskroppens volym. (6p)

Skolverket hänvisar generellt beträffande provmaterial till bestämmelsen om sekretess i 4 kap. 3 § sekretesslagen. För detta material gäller sekretessen till och med utgången av november 1997.

**NATIONELLT PROV I
MATEMATIK
KURS D
VÅREN 1997**

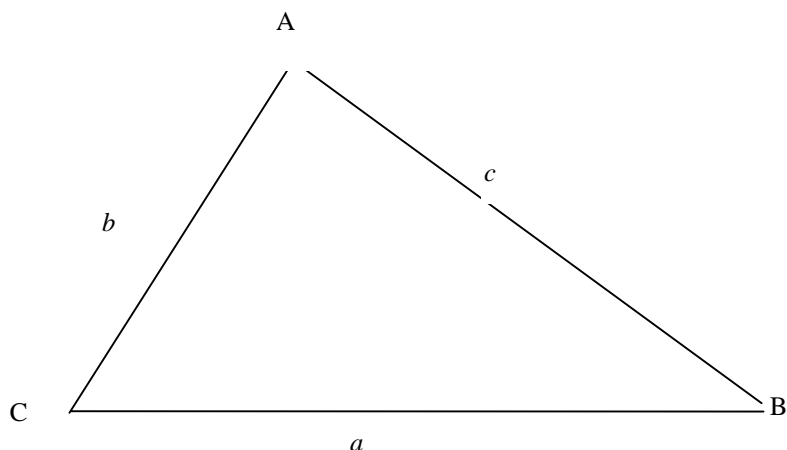
Breddningsdel

Anvisningar

Provperiod	Vecka 18 - 22.
Provtid	Enligt beslut vid skolan men minst 60 minuter (under normal lektionstid).
Hjälpmedel	Enligt lokalt beslut vid skolan.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn, komvux/gymnasieprogram och födelsedatum på de papper du lämnar in.
Provet	Breddningsdelen innehåller tre alternativa uppgifter varav du väljer en uppgift. Frågorna i uppgiften kan vara sådana att du själv måste ta ställning till de möjliga tolkningarna. Du skall redovisa de utgångspunkter som ligger till grund för dina beräkningar och slutsatser. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning. Till varje uppgift finns en beskrivning av vad läraren kan ta hänsyn till vid bedömning av ditt arbete. Om något är oklart fråga din lärare.
Arbetsformer	Ansvarig lärare informerar om de arbetsformer som gäller för breddningsdelen i provet. Redovisning av uppgifterna sker individuellt.

1. TRIANGLAR

En triangel har sex **element**, tre sidor och tre vinklar.



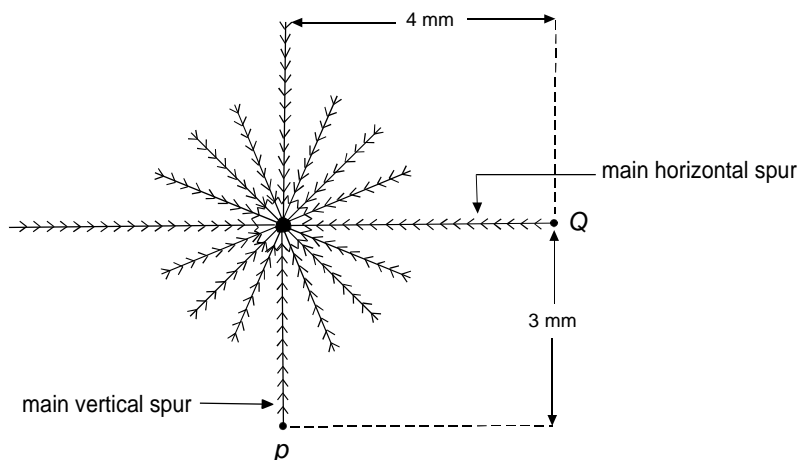
- Antag att du väljer värden på tre element. Rita figur och visa med exempel hur de andra elementen kan beräknas om du valt värden på
 - a) två vinklar och en sida
 - b) två sidor och en vinkel
- Undersök vilka val av värden för tre element enligt a) och b) som ger upphov till en triangel, flera trianglar eller ingen triangel.

Vid bedömningen av ditt arbete kommer läraren att ta hänsyn till:

- hur väl du valt dina exempel.
- om du gjort korrekta beräkningar.
- hur väl du utrett de olika fallen.
- hur väl du motiverat och redovisat dina lösningar.
- vilka matematiska kunskaper du visat.

2. CRYSTAL GROWTH PATTERNS

A research chemist is studying the way in which crystals of a certain chemical compound form. This diagram shows the features of a *standard seed* crystal of a substance.



The chemist decides to define the *size* of the crystal as the distance between the end points of the two main spurs, marked P and Q in the diagram. Thus the size in millimeters of the standard seed crystal shown above is

$$\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

The chemist finds that the main horizontal spur grows more quickly than the main vertical spur. Under optimum conditions, the main horizontal spur grows at a rate of 3 mm per hour and the main vertical spur grows at a rate of 2 mm per hour.

Uppgifter:

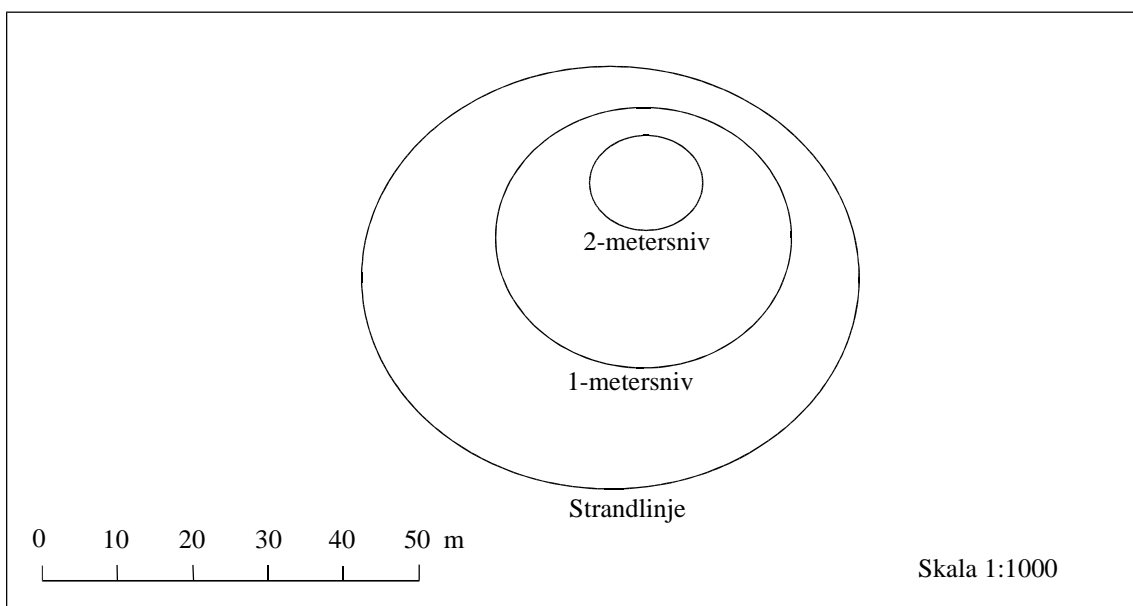
1. Efter hur många timmar är längden på den horisontella grenen (*main horizontal spur*) 10 mm? Vad är då kristallens storlek (*size*)?
2. Utgå från kristallen i figuren och undersök hur kristallens storlek ändras med tiden under de närmast följande 5 timmarna.
3. Med kristallens tillväxthastighet menas den hastighet i mm/h med vilken kristallens storlek ökar. Undersök hur tillväxthastigheten ändras med tiden.

Vid bedömningen av ditt arbete kommer läraren att ta hänsyn till:

- om du gjort korrekta beräkningar.
- hur väl du beskrivit hur kristallens storlek och tillväxthastighet ändras med tiden.
- hur klar din redovisning är.
- vilka matematiska kunskaper du visat.
- vilka slutsatser du dragit av din undersökning.

3. VOLYMBESTÄMNING

För att höja pH-värdet i en damm skulle kalk tillsättas. Man ville undvika att tillsätta mer kalk än nödvändigt, varför man började med att försöka bestämma volymen på dammen. Genom mätningar fann man att dammens botten sluttade jämnt mot det djupaste området. Utgående från de uppmätta värdena ritade man nedanstående karta med nivåkurvor som visar hur djupet varierar.



- Uppskatta dammens volym.
Redovisa din metod, dina beräkningar och ditt resultat.
- Diskutera någon annan metod som kan användas för att uppskatta volymen.

Vid bedömningen av ditt arbete kommer läraren att ta hänsyn till:

- om du valt en rimlig metod.
- om du gjort korrekta beräkningar.
- hur klar din redovisning är.
- hur du diskuterat och värderat dina metoder.

Skolverket hänvisar generellt beträffande provmaterial till bestämmelsen om sekretess i 4 kap. 3 § sekretesslagen. För detta material gäller sekretessen till och med utgången av november 1997.

Bedömningsanvisningar - tidsbunden del (MaD vt 1997)

Provet ger maximalt 47 poäng. Förslag till undre gräns för Godkänd är 14 poäng respektive 27 poäng för Väl Godkänd.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
1.	Bestämt $F(x) = x^3 + x^2 - 3x + C$ Bestämt C (5)	Max: 2p +1p +1p
2.	Tecknat korrekt integral Redovisat korrekt beräkning av arean (10,7 ae.)	Max: 2p +1p +1p
3.	Redovisat korrekt metod	Max: 3p +1-3p
4.	Redovisat korrekt tolkning av problemställningen Redovisat godtagbar metod med korrekt svar (193 m)	Max: 3p +1p +1p +1p
5.	Redovisat korrekt bestämning av f'' Korrekt förenkling ($-32 \sin 3x$)	Max: 3p +1-2p +1p
6.	Korrekt bestämning av A (2) Korrekt bestämning av k (3) Korrekt bestämning av b (1)	Max: 3p +1p +1p +1p

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
7.	Redovisat korrekt bestämning av y' Korrekt metod för verifiering	Max: 3p +1-2p +1p
8.	a) Rätt val av värde på integralen (17) b) Redovisat godtagbar förklaring	Max: 3p +1p +1-2p
9.	Figur med korrekt markerade vinklar Redovisat korrekt lösning ($-b$ resp. b)	Max: 3p +1p +1-2p
10.	Bestämt korrekta integrationsgränser Tecknat korrekt uttryck för bestämning av arean Beräknat korrekt värde på arean (4,5 ae.)	Max: 4p +1p +1p 1-2p
11.	a) Redovisat omformningen på godtagbart sätt b) Redovisat korrekt lösning ($x = 51,3^\circ + n \cdot 180^\circ$)	Max: 4p +1-2p +1-2p
12.	a) Redovisat godtagbar algebraisk eller grafisk lösning (kl. 20) b) Redovisat korrekt tolkning av problemställningen Redovisat godtagbar metod Genomfört lösning med korrekt svar (mars, oktober) c) Redovisat godtagbar metod Genomfört lösning med korrekt svar (30 mars, 30 september)	Max: 8p +1-2p +1p +1p +1p +1p +1-2p

Exempel på bedömda lösningar på uppgift 12b

Elev 1:

Eleven har ritat av fönstret i sin grafitande räknare och motiverat att skärningspunkterna med linjen $y = 18$ ger de två t - värden vid vilka det mörknar klockan 18.00. Korrekt svar utifrån t -värdena.

(3p)

Elev 2

Eleven sätter upp en korrekt ekvation, löser denna och skriver ett korrekt svar. (3p)

Elev 3

Eleven sätter upp och löser en korrekt ekvation men svarar med två t -värden. (2p)

Elev 4

Eleven ritar upp grafen men bestämmer endast den ena månaden. (1p)

13.

Identifierat rätt område som alstrar rotationskroppen	+1p
Redovisat korrekt metod för volymeräkningen	+1-2p
Genomfört beräkning av volymen med korrekt svar (1200 ve.)	+1-3p

Max: 6p

Bedömningsanvisningar - breddningsdel

Uppgift 1 Trianglar

Vid bedömningen av elevarbetet ska du ta hänsyn till följande:

- om eleven har gjort ett rimligt val av godtyckliga trianglar som exempel
- om eleven gjort korrekta beräkningar
- hur väl eleven utrett de olika fallen
- hur väl eleven motiverat och redovisat sina lösningar

Exempel på kriterier för ett godkänt elevarbete:

Eleven har ritat tydliga figurer.

Eleven har valt lämpliga värden på sidor och vinklar.

Eleven har i vardera uppgiften i minst ett fall utfört godtagbara beräkningar av de okända elementen och därvid använt relevanta matematiska satser.

Elevens tankegång går att följa.

Exempel på kriterier för ett väl godkänt elevarbete:

Eleven har ritat tydliga och korrekta figurer.

Eleven har valt lämpliga värden på sidor och vinklar.

Eleven har i vardera uppgiften utfört godtagbara beräkningar för två fall av de okända elementen och därvid använt relevanta matematiska satser.

Eleven har i sin redovisning visat en klar tankegång.

Eleven har genomfört en systematisk undersökning, dock inte nödvändigtvis helt fullständig.

Uppgift 2 Crystal growth patterns

Vid bedömningen av elevarbetet ska du ta hänsyn till följande:

- om eleven gjort korrekta beräkningar
- hur eleven beskrivit storlek och tillväxthastighet
- om redovisningen är klar och lätt att följa
- vilka slutsatser som dragits om tillväxthastigheten och förändring av denna

Exempel på kriterier för ett godkänt elevarbete:

Eleven har godtagbart beräknat kristallens storlek efter 2 timmar.

Eleven har grafiskt eller numeriskt undersökt hur kristallens storlek ändras i det givna intervallet.

Eleven har uppfattat vad som menas med tillväxthastighet och bestämt den grafiskt eller numeriskt.

Elevens tankegång går att följa.

Exempel på kriterier för ett väl godkänt elevarbete:

Eleven har korrekt beräknat kristallens storlek efter 2 timmar.

Eleven har undersökt algebraiskt hur kristallens storlek ändrats i det givna intervallet.

Eleven har klargjort vad som menas med tillväxthastighet och bestämt den algebraiskt.

Elevens redovisning är klar och lätt att följa.

Uppgift 3 Volymbestämning

Vid bedömningen av elevarbetet ska du ta hänsyn till följande:

- om eleven valt en rimlig metod
- om eleven gjort korrekta beräkningar
- hur klar elevens redovisning är
- hur eleven diskuterat och värderat sina metoder

Exempel på kriterier för ett godkänt elevarbete:

Eleven har t.ex. med en skiss visat att situationen uppfattats korrekt.

Eleven har valt en rimlig metod för beräkning av volymen.

Eleven har gjort en godtagbar beräkning.

Elevens tankegång går att följa.

Exempel på kriterier för ett väl godkänt elevarbete:

Eleven har t.ex. med en skiss visat att situationen uppfattats korrekt.

Eleven har valt en rimlig metod för beräkning av volymen.

Eleven har gjort en godtagbar beräkning.

Eleven har diskuterat någon alternativ metod för att bestämma volymen.

Elevens redovisning är klar och lätt att följa.